

בגיחות עא יול' 11 מועד קיז ב שאלון 35805

**a. נתונה סדרה הנדסית, שכל איבריה חיוביים, כלומר  $0 < q < a_n < 0$ .**

$$\begin{aligned} a_3 + a_4 &= 20a_5 \\ a_3 + a_3q &= 20a_3q^2 \quad / : a_3 > 0 \\ 1 + q &= 20q^2 \\ 20q^2 - q - 1 &= 0 \\ q_{1,2} &= \frac{1 \pm 9}{40} \rightarrow \boxed{q = 0.25} \quad \leftarrow q > 0 \end{aligned}$$

**תשובה: מנת הסדרה היא 0.25.**

**b. בסדרה הנדסית  $a_1 = 4,096, q = 0.25$**

לכן,

$$\begin{aligned} a_4 &= a_1q^3 = 4,096 \cdot 0.25^3 \rightarrow a_4 = 64 \\ a_5 &= a_4q = 64 \cdot 0.25 \rightarrow a_5 = 16 \end{aligned}$$

**. 16 ה- 64 הם האיבר הראשון והאחרון בהתאם בסדרה חשבונית, סכומה 3,880.**

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2} \quad \text{נשתמש בנוסחת הסכום} \\ 3,880 &= \frac{n \cdot (64 + 16)}{2} \\ 3,880 &= 40n \quad / : 40 \\ n &= 97 \end{aligned}$$

**נשתמש בנוסחת האיבר הכללי  $a_n = a_1 + (n-1)d$**

$$\begin{aligned} 16 &= 64 + (97-1)d \\ -48 &= 96d \quad / : 96 \\ \boxed{d = -0.5} \end{aligned}$$

**תשובה: הפרש הסדרה החשבונית הוא -0.5.**

א. נחתנות הפונקציות  $g(x) = 4^{x-2}$  ו-  $f(x) = 2^x$ .

תשובה: שתי הפונקציות מוגדרות לכל  $x$ .

ב. שתי הפונקציות חיוביות לכל  $x$  וכן אין חוטכות את ציר ה-  $x$ .

בנקודות החיתוך עם ציר ה-  $y$  מתקיים  $x = 0$ , ובהתאם:  $x = 0$ ,  $y = 1$

$$\text{תשובה: } g(x) : \left(0, \frac{1}{16}\right), f(x) : (0,1)$$

ג. נמצא את שיעור ה-  $x$  של נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות.

$$2^x = 4^{x-2} \rightarrow 2^x = 2^{2x-4} \rightarrow x = 2x - 4 \rightarrow x = 4$$

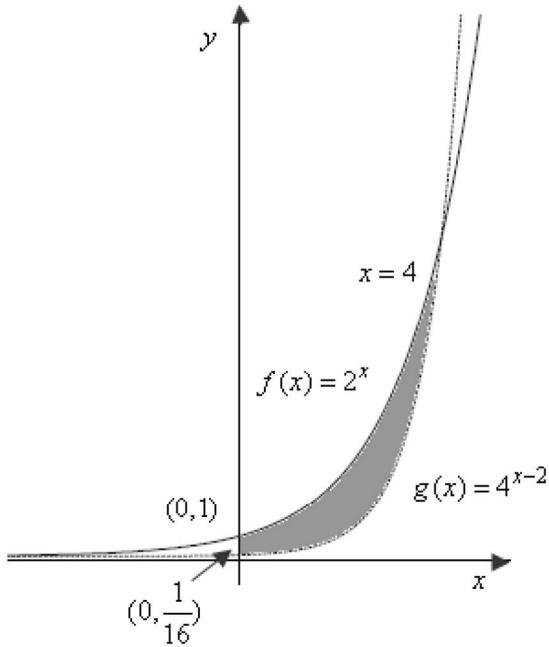
עבור  $x > 4$   $g(x) > f(x)$  שכן השיפוע של  $g(x)$  גדול מהר יותר

תשובה: עבור  $x > 4$   $g(x) > f(x)$

ד. שתי הפונקציות עלות לכל  $x$ , כמו כל פונקציה מהסוג  $a^{f(x)}$ , כאשר  $a > 1$  ו-  $f'(x) > 0$  לכל  $x$ .

תשובה: עלייה – כל  $x$ , ירידה – אף  $x$

ה. משIMAL סקיצה של שתי הפונקציות, כולל סימון השטח לשיוף.



ו. נחשב את השטח המבוקש.

$$S = \int_0^4 (2^x - 4^{x-2}) dx$$

$$S = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{4^{x-2}}{\ln 4} \Big|_0^4$$

$$S = \left( \frac{2^4}{\ln 2} - \frac{4^{4-2}}{2 \ln 2} \right) - \left( \frac{2^0}{\ln 2} - \frac{4^{0-2}}{2 \ln 2} \right)$$

$$S = \frac{16}{\ln 2} - \frac{16}{2 \ln 2} - \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{32 \ln 2}$$

$$S = \frac{225}{32 \ln 2} = 10.14$$

תשובה: גודל השטח  $\frac{225}{32 \ln 2} = 10.14$  יח"ר.

בגראות עא يول 11 מועד קיז בשאלון 35805

א. ניתן לראות שהישר  $x=2$  מהוּ אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה, ולכן הפונקציה מוגדרת עבור  $x \neq 2$ .

תשובה: תחום ההגדרה  $x \neq 2$ .

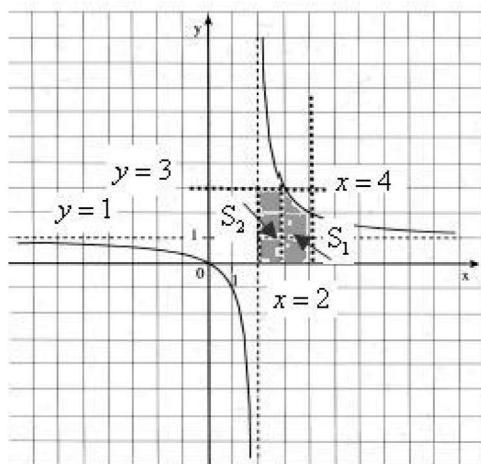
ב. ניתן לראות שהישר  $y=1$  מהוּ אסימפטוטה אופקית לגרף הפונקציה  $f(x) = \frac{a}{x-2} + b$  ו**ולכן ערכי הפונקציה שואפים ל- 1**, כאשר ערכי ה-  $x$  שואפים ל-  $\pm\infty$ .

הביטוי  $\frac{a}{x-2}$  שואף ל- 0, כאשר ערכי ה-  $x$  שואפים ל-  $\pm\infty$ , (חזקת מונה קטנה מחזקת מכנה) ו**ולכן  $b=1$**

**גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים, ולכן:**  $0 = \frac{a}{0-2} + 1 \rightarrow a = 2$

תשובה:  $a=2$ ,  $b=1$ .

נציב את ערכי הפרמטרים ונקבל:  $f(x) = \frac{2}{x-2} + 1$



ג. נחלק את השטח לשני שטחים.

**S<sub>2</sub>** הוא מלבן שטחו  $= 3 \cdot 1 = 3$  ימ"ר.

$$S_1 = \int_{3}^{4} \left( \frac{2}{x-2} + 1 - 0 \right) dx$$

$$S_1 = 2\ell n|x-2| + x \Big|_3^4$$

$$S_1 = (2\ell n|4-2| + 4) - (2\ell n|3-2| + 3)$$

$$S_1 = 2\ell n 2 + 4 - 3$$

$$S_1 = 1 + 2\ell n 2$$

S <sub>1</sub>	
$f(x) = \frac{2}{x-2} + 1$	<b>פונקציה עליונה</b>
$y = 0$	<b>פונקציה תחתונה</b>
$x = 4$	<b>גדול x</b>
$x = 3$	<b>קטן x</b>

ובהתאם, גודל השטח המוקוּן:

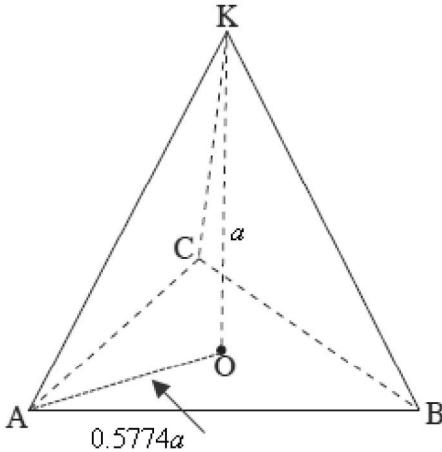
$$S = S_1 + S_2 = 3 + 1 + 2\ell n 2 = \boxed{4 + 2\ell n 2 = 5.386}$$

תשובה:  $4 + 2\ell n 2 = 5.386$  ימ"ר.

בגרות עא ילי 11 מועד קיץ ב שאלון 35805

א. במשולש שווה צלעות שווות כל הזוויות ל-  $60^\circ$ .

הגובה בפירמידה ישרה יורדת ממרכז המעלג החוסם את משולש ABC. OA הוא רדיוס המעלג החוסם את משולש ABC. נשתמש במשפט הסינוסים, למציאת אורך של OA.



$$\begin{aligned}\Delta ABC \\ \frac{AB}{\sin \angle C} &= 2R \\ \frac{a}{\sin 60^\circ} &= 2AO \\ \frac{a}{2\sin 60^\circ} &= AO \\ \boxed{AO = 0.5774a}\end{aligned}$$

תשובה:  $AO = 0.5774a$ .

ב. נתון כי גובה הפירמידה שווה באורכו לצלע הבסיס.

הزاوية שבין מקצוע צידי לבסיס הפירמידה היא  $\angle KAO$  ←  
שהיא הזויה שבין המקצוע צידי SC להיטל שלו על הבסיס צB.

$$\begin{aligned}\Delta KAO \\ \tan \angle KAO &= \frac{KO}{AO} \\ \tan \angle KAO &= \frac{a}{0.5774a} \\ \boxed{\angle KAO = 60^\circ}\end{aligned}$$

תשובה: הزاوية בין מקצוע צידי לבסיס של הפירמידה היא בת  $60^\circ$ .

ב. נתון כי נפח הפירמידה שווה ל-  $18\sqrt{3}$ .

$$\begin{aligned}\Delta ABC \\ V &= \frac{B \cdot H}{3} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot KO \\ 18\sqrt{3} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sin 60^\circ}{2} \cdot a \\ 18\sqrt{3} &= \frac{a^3 \sqrt{3}}{12} \\ 216 &= a^3 \\ \boxed{a = 6}\end{aligned}$$

תשובה:  $a = 6$ .