**א. נסמן ב- $x$ (שקלים) את המחיר של כרטיס להצגה.**

**המחיר של כרטיס למופע רוק יקר ב- $80\%$ ולכן מחירו הוא $\frac{100+80}{100}\cdot x=1.8x$.**

**אבי קנה כרטיס אחד למופע רוק וכרטיס אחד להצגה, ושילם סך הכול $252$ שקלים.**

**לכן המשוואה המתאימה היא $x+1.8x=252$ .**

**נפתור את המשוואה:**

$$x+1.8x=252$$
$$2.8x=252 \quad /:2.8$$
$$\boxed{x=90}$$

**תשובה: המחיר של כרטיס להצגה הוא $90$ שקלים.**

**ב. המחיר של כרטיס לסרט זול ב- $54$ שקלים מהמחיר של כרטיס להצגה.**

**לכן מחיר של כרטיס לסרט הוא $36$ שקלים $=90-54$.**

**מחיר זה מהווה $\frac{36}{90}=0.4$ מהמחיר של כרטיס להצגה, או באחוזים: $0.4\cdot100=40\%$.**

**תשובה: המחיר של כרטיס לסרט מהווה $40\%$ מהמחיר של כרטיס להצגה.**

**א. האלכסון** $AC$ **, שמשוואתו היא** $y=-3x+9$ **, חותך את ציר ה-** $x$ **בנקודה** $C$ **בה מתקיים** $y=0$ **.**

$$0=-3x+9 \quad / +3x$$
$$3x=9 \quad /:3$$
$$x=3 \quad \rightarrow \boxed{C(3,0)}$$

**האלכסון** $AC$ **, שמשוואתו היא** $y=-3x+9$ **, חותך את ציר ה-** $y$ **בנקודה** $A$ **בה מתקיים** $x=0$ **.**

$$y=-3\cdot 0+9=9 \quad \rightarrow \boxed{A(0,9)}$$

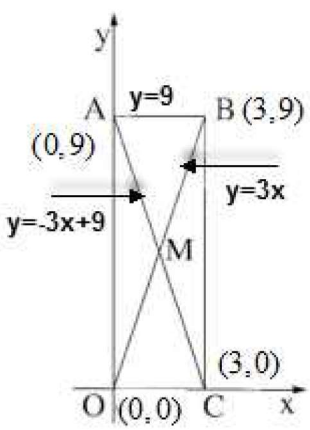
**תשובה:** $C(3,0)$ **,** $A(0,9)$ **.**

**ב. הצלע** $AB$ **מקבילה לצלע** $OC$ **, המונחת על ציר ה-** $x$ **, ולכן** $y_B=y_A=9$ **ומשוואת הצלע** $AB$ **היא** $y=9$ **.**

**תשובה: משוואת הצלע** $AB$ **היא** $y=9$ **.**

**ג. (1) הצלע** $BC$ **מקבילה לצלע** $OA$ **, המונחת על ציר ה-** $y$ **, ולכן** $x_B=x_C=3$ **.**

**שיעורי הקדקוד הם** $B(3,9)$ **.**




**(2) נמצא את משוואת האלכסון** $OB$ **,**

**על פי נקודה** $O(0,0)$ **ושיפוע** $m_{OB}$ **.**

$$m_{OB}=\frac{9-0}{3-0}=3$$
$$y-0=3(x-0)$$
$$\boxed{y=3x}$$

**תשובה: משוואת האלכסון** $OB$ **היא** $y=3x$ **.**

**ד. אלכסוני המלבן מחלקים אותו לארבעה משולשים שווי שטח.**

**שטח המלבן הוא:** $S_{ACBO}=OA\cdot OC=9\cdot 3=27$ **.**

**שטח המשולש הוא:** $S_{\Delta AMB}=\frac{27}{4}=6.75$ **.**

**תשובה: שטח משולש** $AMB$ **הוא** $6.75$ **יח"ר.**

**א. מעגל שמרכזו $M(4,5)$ משיק לציר ה- $x$.**

**כיוון שהרדיוס מאונך למשיק, שהוא ציר ה - $x$, הרי שהרדיוס $AM$ הוא עם שיעורי $x$ קבועים.**

$x_A = x_M = 4$.

**תשובה:** $x_A = 4$ .

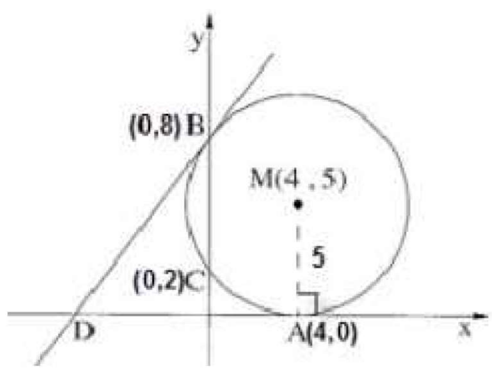
**ב. (1) כיוון ש- רדיוס $AM$ הוא עם שיעורי $x$ קבועים, אז** $R = y_M - y_A = 5 - 0 = 5$

**תשובה: אורך רדיוס המעגל הוא** $5$ .

**(2) משוואת המעגל היא** $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$.

**ג. (1) המעגל חותך את ציר ה- $y$ בנקודות $B$ ו- $C$, בהן מתקיים** $x = 0$

**נציב $x = 0$ במשוואת המעגל.**




$$(0-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$
$$16 + (y-5)(y-5) = 25$$
$$16 + y^2 - 5y - 5y + 25 = 25$$
$$y^2 - 10y + 16 = 0$$
$$y_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$$
$$y_{1,2} = \frac{10 \pm 6}{2}$$
$$y_1 = \frac{10+6}{2} = \frac{16}{2} = 8 \quad \rightarrow \boxed{B(0,8)}$$
$$y_2 = \frac{10-6}{2} = \frac{4}{2} = 2 \quad \rightarrow \boxed{C(0,2)}$$

**תשובה:** $B(0,8)$ **,** $C(0,2)$.

**(2) דרך הנקודה $D(0,8)$ העבירו משיק למעגל.**

**המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.**

$$m_{BM} = \frac{8-5}{0-4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

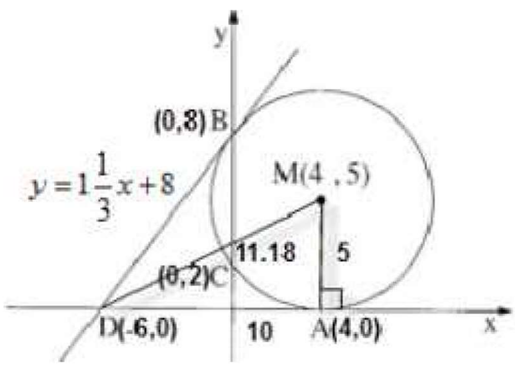
**לכן** $m_{BD} \cdot (-\frac{3}{4}) = -1$ **ונקבל ש-** $m_{BD} = +\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ **(שיפוע הופכי לנגדי).**

**נמצא את משוואת המשיק** $BD$**, על פי נקודה** $B(0,8)$ **ושיפוע** $m_{BD} = 1\frac{1}{3}$**.**

$$y-8 = 1\frac{1}{3}(x-0)$$

$$\boxed{y = 1\frac{1}{3}x+8}$$

**תשובה: משוואת המשיק היא** $y = 1\frac{1}{3}x+8$ **.**




**ד. המשיק** $y = 1\frac{1}{3}x+8$ **חותך את ציר ה-** $x$ **בנקודה** $D$**.**

**נציב** $y=0$ **במשוואת המשיק.**

$$0 = 1\frac{1}{3}x+8 \quad / -1\frac{1}{3}x$$

$$-1\frac{1}{3}x = 8 \quad /:(-1\frac{1}{3})$$

$$x=-6 \quad \rightarrow \boxed{D(-6,0)}$$

**נחשב את אורכי צלעות משולש** $DAM$**.**

$$DM = \sqrt{(4-(-6))^2+(5-0)^2} = \sqrt{125} = 11.18$$

$$MA = R = 5$$

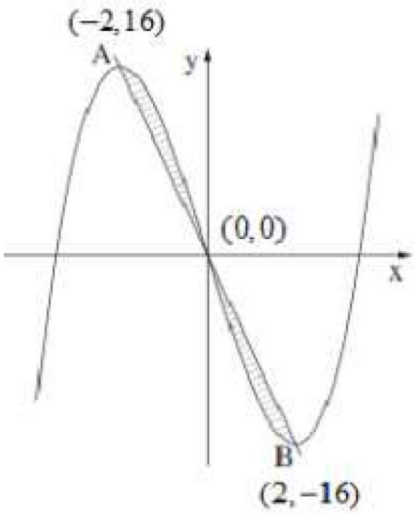
$$DA = x_A - x_D = 4-(-6) = 10$$

**היקף המשולש הוא:** $11.18+5+10 = 26.18$**.**

**תשובה: היקף משולש** $DAM$ **הוא** $26.18$ **יחידות.**

**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=x^3-12x$ .

**נמצא את שיעורי הנקודות** A **ו-** B.




$$\boxed{f'(x)=3x^2-12}$$
$$0=3x^2-12$$
$$-3x^2=-12 \quad /:(-3)$$
$$x^2=4$$
$$x=2 \quad \to f(2)=2^3-12\cdot 2=-16 \quad \to \boxed{\mathrm{B}(2,-16)}$$
$$x=-2 \quad \to f(-2)=(-2)^3-12\cdot(-2)=16 \quad \to \boxed{\mathrm{A}(-2,16)}$$

**תשובה:** $\mathrm{A}(-2,16)\ ,\ \mathrm{B}(2,-16)$.

**ב. נמצא את שיפוע הישר** AB .

$$m_{\mathrm{AB}}=\frac{16-(-16)}{-2-2}=\frac{32}{-4}=-8$$

**נמצא את משוואת הישר** AB**, על פי נקודה** $\mathrm{A}(-2,16)$ **ושיפוע** $m_{\mathrm{AB}}=-8$.

$$y-16=-8(x-(-2))$$
$$y-16=-8x-16$$
$$\boxed{y=-8x}$$

**נבדוק אם נקודת ראשית הצירים** $(0,0)$ **נמצאת על הישר** $y=-8x$ .

$$0=-8\cdot 0$$
$$0=0 \ o.k.$$

**תשובה: הראינו כי נקודת ראשית הצירים** $(0,0)$ **נמצאת על הישר** $y=-8x$ .

**ג. נחשב שני שטחים בנפרד:**

| | $S_2$ | $S_1$ |
|---|---|---|
| **פונקציה עליונה** | $y=-8x$ | $f(x)=x^3-12x$ |
| **פונקציה תחתונה** | $f(x)=x^3-12x$ | $y=-8x$ |
| **$x$ גדול** | $x=2$ | $x=0$ |
| **$x$ קטן** | $x=0$ | $x=-2$ |

$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-12x-(-8x))\,dx$$

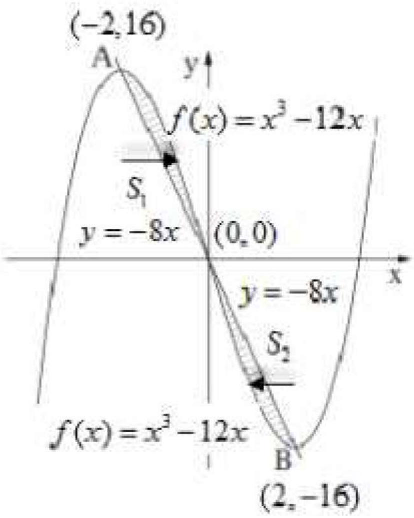
$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-12x+8x))\,dx$$

$$S_1=\int_{-2}^{0}(x^3-4x)\,dx$$

$$S_1=\frac{x^4}{4}-\frac{4x^2}{2}\Big]_{-2}^{0}$$

$$S_1=(\frac{0^4}{4}-\frac{4\cdot 0^2}{2})-(\frac{(-2)^4}{4}-\frac{4\cdot(-2)^2}{2})$$

$$S_1=0-(-4)\quad\rightarrow\boxed{S_1=4}$$




$$S_2=\int_{0}^{2}(-8x-(x^3-12x))\,dx$$

$$S_2=\int_{0}^{2}(-8x-x^3+12x)\,dx$$

$$S_2=\int_{0}^{2}(4x-x^3)\,dx$$

$$S_2=\frac{4x^2}{2}-\frac{x^4}{4}\Big]_{0}^{2}$$

$$S_2=(\frac{4\cdot 2^2}{2}-\frac{2^4}{4})-(\frac{4\cdot 0^2}{2}-\frac{0^4}{4})$$

$$S_2=4-(0)\quad\rightarrow\boxed{S_2=4}$$

**והשטח המבוקש:** $S=S_1+S_2=4+4=8$

**תשובה: גודל השטח הוא** $8$.

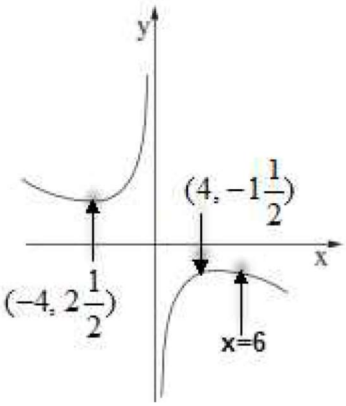
**א. נתונה הפונקציה** $f(x)=\frac{1}{2}-\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$

**(1) תחום ההגדרה של הפונקציה** $x\neq 0$ **.**

**(2) עבור** $x=0$ **המכנה מתאפס, לכן הישר** $x=0$ **הוא אסימפטוטה אנכית.**

**תשובה:** $x=0$ **.**

**ב. נמצא את נקודות הקיצון, כאשר את סוגן נקבע על פי הגרף:**




$$f'(x)=-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-x^2+16}{4x^2}}$$

$$0=\frac{-x^2+16}{4x^2}$$

$$0=-x^2+16$$

$$x^2=16 \quad \to x=\pm 4$$

$$x=4 \quad \to y=\frac{1}{2}-\frac{4}{4}-\frac{4}{4} \quad \to y=-1\frac{1}{2} \quad \to \boxed{(4,-1\frac{1}{2})}$$

$$x=-4 \quad \to y=\frac{1}{2}-\frac{-4}{4}-\frac{4}{-4} \quad \to y=2\frac{1}{2} \quad \to \boxed{(-4,2\frac{1}{2})}$$

**תשובה:** $(4,-1\frac{1}{2})$ **מקסימום ,** $(-4,2\frac{1}{2})$ **מינימום.**

**ג. הנקודה שבה** $x=6$ **נמצאת בתחום ירידה של הפונקציה, ולכן הנגזרת שלילית.**

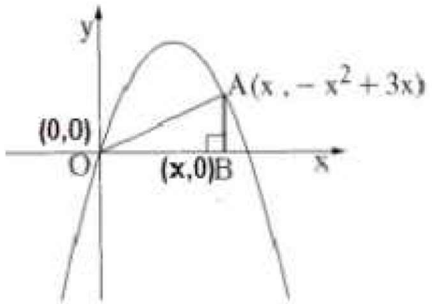
**ניתן, כמובן, גם להציב בנגזרת,** $f'(-6)=\frac{-(-6)^2+16}{4(-6)^2}=\frac{-20}{144}=-\frac{5}{36}<0$

**תשובה: לא, הנגזרת** $f'(x)$ **שלילית בנקודה שבה** $x=6$.

**א. שיעורי הנקודה** A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $y=-x^2+3x$ **הם** $\mathrm{A}(x,-x^2+3x)$ **, כמתואר בציור.**

AB **מאונך לציר ה-** $x$ **, ולכן** $x_\mathrm{B}=x_\mathrm{A}=x$ **וגם** $\mathrm{AB}=y_\mathrm{A}-y_\mathrm{B}=-x^2+3x-0=-x^2+3x$ **.**

OB **מונח על ציר ה-** $x$ **, ולכן** $\mathrm{OB}=x_\mathrm{B}-x_\mathrm{O}=x-0=x$ **.**




**תשובה:** $\mathrm{AB}=-x^2+3x$ **,** $\mathrm{OB}=x$ **.**

**ב. (1) הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא שטח המשולש** ABO **.**

$$\mathrm{S}=\frac{\mathrm{OB}\cdot\mathrm{AB}}{2}$$

$$\mathrm{S}=\frac{x\cdot(-x^2+3x)}{2}$$

$$\mathrm{S}=\frac{-x^3+3x^2}{2}$$

$$\boxed{S=-\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2}$$

**נמצא את נקודת הקיצון:**

$$\boxed{S'=-\frac{3}{2}x^2+3x}$$

$$0=-\frac{3}{2}x^2+3x \quad /\cdot 2$$

$$0=-3x^2+6x$$

$$0=3x(-x+2)$$

$$\boxed{\cancel{x=0}} \quad \boxed{x=2}$$

$x=0$ **נפסל כי נתון שהנקודה** A **נמצאת ברביע הראשון, ולכן** $x>0$ **.**

**נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון :**

$$S'(1)=-\frac{3}{2}\cdot 1^2+3\cdot 1=1.5>0,\quad S'(3)=-\frac{3}{2}\cdot 2.5^2+3\cdot 2.5=-1.875<0$$

| $x$ | 2.5 | 2 | 1 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| $S'(x)$ | - | 0 | + | |
| **מסקנה** | ↘ | **Max** | ↗ | |

**תשובה: עבור** $x=2$ **שטח המשולש** ABO **הוא מקסימלי.**

**(2) נציב** $x=2$ **בפונקציית השטח:** $S(2)=-\frac{1}{2}\cdot 2^3+\frac{3}{2}\cdot 2^2=2$

**תשובה: השטח המקסימלי של המשולש** ABO **הוא** 2 **יח"ר.**