א. x **- מספר הטבעות הזהות שקנה הסוחר.**

לאחר שאיבד 5 **טבעות, נותרו לו** $(x-5)$ **טבעות, אותן מכר ברווח של** 50% **לטבעת .**

	כמות (טבעות)	מחיר לטבעת (₪)	סך הכול (₪)
קניית הטבעות	x	$\frac{3600}{x}$	3600
איבד	5	-	-
מכר ברווח של 50% לטבעת	$x-5$	$(\frac{100+50}{100})\cdot\frac{3600}{x}=1.5\cdot\frac{3600}{x}=\frac{5400}{x}$	$\frac{5400(x-5)}{x}$

הרווח של הסוחר בעסקה זו היה 1200 **שקל.**

כיוון ששילם בעד הטבעות 3600 **שקל, והרוויח** 1200 **שקל – סימן שמכר אותן ב-** 4800 **שקל** $=3600+1200$.

והמשוואה המתאימה: $\frac{5400(x-5)}{x}=4800$.

$$5400(x-5)=4800x$$
$$5400x-27000=4800x$$
$$600x=27000 \quad /:600$$
$$\boxed{x=45}$$

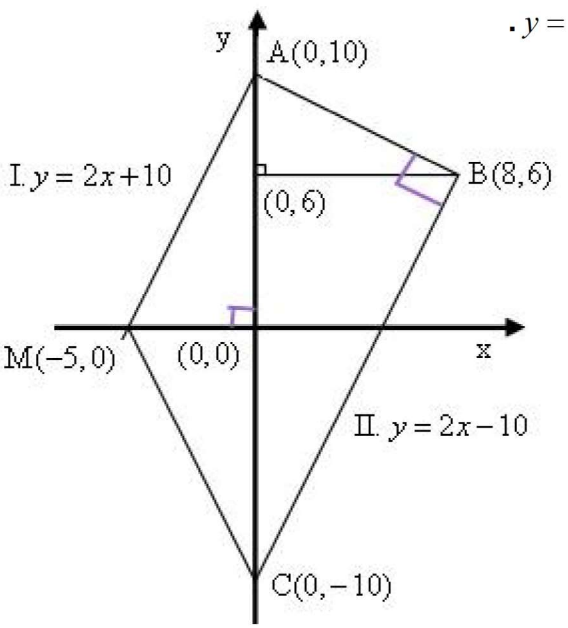
תשובה: הסוחר קנה 45 **טבעות.**

א. נתונים שני ישרים: $\text{I}.\ y=2x+10$ **, שיפועו** 2 **ולכן הוא עולה וחותך את ציר ה-** y **בנקודה** $A(0,10)$ **.**

$\text{II}.\ y=2x-10$ **, שיפועו** 2 **ולכן הוא עולה וחותך את ציר ה-** y **בנקודה** $C(0,-10)$ **.**

דרך הנקודה A **העבירו אנך לישר** $y=2x-10$ **, ולכן השיפוע של האנך הופכי לנגדי.**

$m_{AB}\cdot 2=-1 \quad \rightarrow m_{AB}=-\frac{1}{2}$ **, ובהתאם משוואת האנך** $y=-\frac{1}{2}x+10$ **.**



נמצא את נקודת החיתוך בין הישר $\text{II}.\ y=2x-10$ **לבין האנך** $y=-\frac{1}{2}x+10$ **.**

$$2x-10=-\frac{1}{2}x+10$$
$$2.5x=20 \quad /:2.5$$
$$\left.\begin{aligned} x&=8\\ y&=2\cdot 8-10=6\end{aligned}\right\}\boxed{B(8,6)}$$

תשובה: $B(8,6)$

ב. בנקודת החיתוך של הישר $\text{I}.\ y=2x+10$ **עם ציר ה-** x **, מתקיים** $y=0$ **,**

$$0=2x+10$$
$$-2x=10$$
$$x=-5 \quad \rightarrow M(-5,0)$$

נחשב את שטח הטרפז $ABCM$ **, על ידי סכום שטחי** ΔABC **ו-** ΔAMC

$AC=y_A-y_C=10-(-10)=20$ **.**

אורכו של הגובה לצלע זו ב- ΔABC **הוא** $x_B-0=8$ **, ולכן** $S_{\Delta ABC}=\frac{20\cdot 8}{2}=80$

אורכו של הגובה לצלע זו ב- ΔAMC **הוא** $0-x_M=0-(5)=5$ **, ולכן** $S_{\Delta AMC}=\frac{20\cdot 5}{2}=50$ **.**

שטח הטרפז הוא $80+50=130$

תשובה: שטח הטרפז $ABCM$ **הוא** 130**.**

א. נתונה משוואת המעגל $(x-4)^2+(y-3)^2=25$ **(שמרכזו** $M(4,3)$ **ורדיוסו** 5**)**

למציאת שיעורי הנקודה A**, שעל ציר ה-** y**, נציב** $x=0$ **במשוואת המעגל,**

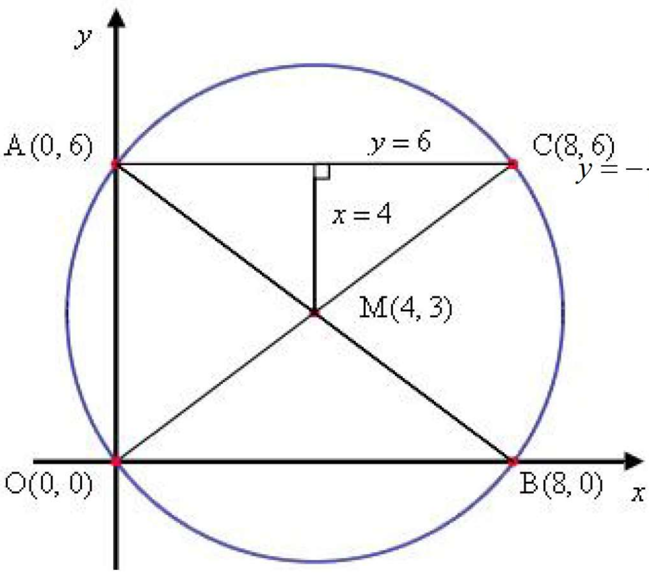
ועבור הנקודה B **, שעל ציר ה-** x**, נציב** $y=0$ **.**

$$\begin{aligned}&(0-4)^2+(y-3)^2=25\\&16+(y-3)(y-3)=25\\&16+y^2-3y-3y+9=25\\&y^2-6y=0\\&y(y-6)=0\quad\rightarrow O(0,0),\,A(0,6)\end{aligned}\qquad\begin{aligned}&(x-4)^2+(0-3)^2=25\\&(x-4)(x-4)+9=25\\&x^2-4x-4x+16+9=25\\&x^2-8y=0\\&x(x-8)=0\quad\rightarrow O(0,0),\,B(8,0)\end{aligned}$$

נמצא את משוואת הישר AB**, באמצעות שתי נקודות שעליו:** $A(0,6)$ **,** $B(8,0)$ **.**

$m_{AB}=\frac{6-0}{0-8}=-\frac{3}{4}$ **ובהתאם:** $\boxed{y=-\frac{3}{4}x+6}\leftarrow$ $y-6=-\frac{3}{4}(x-0)$ **.**

תשובה: משוואת הישר AB **היא** $y=-\frac{3}{4}x+6$ **.**



ב. נציב את שיעורי מרכז המעגל $M(4,3)$ **במשוואת הישר** $y=-\frac{3}{4}x+6$

$3=-\frac{3}{4}\cdot4+6\quad\rightarrow 3=3$ **, כלומר שוויון נכון**

ומרכז המעגל M **נמצא על הישר.**

תשובה: הוכח.

ג. OC **הוא קוטר, לכן** $M(4,3)$ **היא נקודת האמצע שלו.**

$$\left.\begin{aligned}&4=\frac{0+x_C}{2}\qquad 3=\frac{0+y_C}{2}\\&8=x_C\qquad\quad\ 6=y_C\end{aligned}\right\}\boxed{C(8,6)}$$

תשובה: $C(8,6)$ **.**

ד. נשים לב ש- ΔAMC **הוא שווה שוקיים, כי** MC **ו-** MA **רדיוסים.**

לכן התיכון לצלע AC **הוא גם גובה ל-** AC **.**

כיוון שהצלע AC **מקבילה לציר ה-** x**, כי** $y_C=y_A=6$ **,**

אז התיכון מקביל לציר ה- y **ומשוואתו** $x=4$**, כי כל שיעורי ה-** x **שעליו שווים לזה של הנקודה** $M(4,3)$ **.**

תשובה: $x=4$ **.**

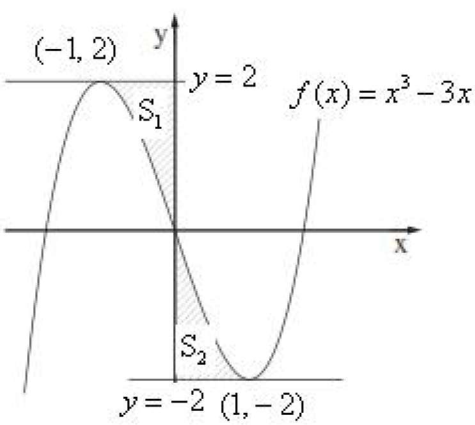
א. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $\boxed{f(x)=x^3-3x}$ **ואת סוגן על פי הציור.**

$$\boxed{f'(x)=3x^2-3}$$
$$0=3x^2-3$$
$$3=3x^2 \quad /:3$$
$$1=x^2$$
$$x_1=1 \quad \rightarrow \boxed{(1,-2)} \quad \leftarrow y=1^3-3\cdot1=-2$$
$$x_2=-1 \quad \rightarrow \boxed{(-1,2)} \quad \leftarrow y=y=(-1)^3-3\cdot(-1)=2$$

תשובה: $(1,-2)$ **מינימום ,** $(-1,2)$ **מקסימום (הקיצון וסוגו נקבע על פי הציור).**

ב. בנקודות הקיצון, משוואות המשיקים הן פונקציה קבועה ובהתאם הן $y=2$ **ו-** $y=-2$ **.**

S_1 **- הפרש פונקציות:** $2-(x^3-3x)=2-x^3+3x$ **.**



$$S_1=\int_{-1}^{0}(2-x^3+3x)\,dx$$
$$S_1=2x-\frac{x^4}{4}+\frac{3x^2}{2}\Big]_{-1}^{0}$$
$$S_1=(2\cdot0-\frac{0^4}{4}+\frac{3\cdot0^2}{2})-(2\cdot(-1)-\frac{(-1)^4}{4}+\frac{3\cdot(-1)^2}{2})$$
$$S_1=0-(-0.75)$$
$$S_1=0.75$$

S_2 **- הפרש פונקציות:** $x^3-3x-(-2)=x^3-3x+2$ **.**

$$S_2=\int_{0}^{1}(x^3-3x+2)\,dx$$
$$S_2=\frac{x^4}{4}-\frac{3x^2}{2}+2x\Big]_{0}^{1}$$
$$S_2=(\frac{1^4}{4}-\frac{3\cdot1^2}{2}+2\cdot1)-(\frac{0^4}{4}-\frac{3\cdot0^2}{2}+2\cdot0)$$
$$S_2=0.75-0$$
$$S_2=0.75$$

ולכן סכום השטחים הוא: $0.75+0.75=1.5$

תשובה: גודל השטח הוא 1.5 **יח"ר .**

א. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $\boxed{f(x)=2\cdot x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}}$ **ואת סוגן.**

$$\boxed{f'(x)=2+\frac{1}{2}\cdot(-\frac{1}{x^2})}$$

$$0=2+\frac{1}{2}\cdot(-\frac{1}{x^2})\quad\rightarrow 0=2-\frac{1}{2x^2}\quad /\cdot x^2$$

$$0=4x^2-1\quad\rightarrow 1=4x^2\quad\rightarrow 0.25=x^2$$

$$x_1=0.5\quad\rightarrow(0.5,2)\quad\leftarrow y=2\cdot 0.5+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{0.5}=2$$

$$x_1=-0.5\quad\rightarrow(-0.5,-2)\quad\leftarrow y=2\cdot(-0.5)+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{-0.5}=-2$$

תשובה: על פי הציור $(0.5,2)$ **מינימום ,** $(-0.5,-2)$ **מקסימום.**

ב. נמצא את משוואות המשיק בנקודה שבה $x=0.5$ **ובנקודה שבה** $x=-1$ **.**

הנקודה שבה $x=0.5$ **היא נקודת המינימום** $(0.5,2)$**.**

בנקודת הקיצון משוואת המשיק היא פונקציה קבועה ולכן היא $y=2$ **.**

נקודת ההשקה שבה $x=-1$ **היא** $(-1,-2.5)$ **.** $y=2\cdot(-1)+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{-1}=-2.5\quad\rightarrow(-1,-2.5)$ **.**

שיפוע המשיק בנקודה זו הוא $m=f'(-1)=2+\frac{1}{2}\cdot(-\frac{1}{(-1)^2})=1.5$.

משוואת המשיק בנקודה $(-1,-2.5)$ **:**

$$y-(-2.5)=1.5(x-(-1))$$
$$y+2.5=1.5x+1.5$$
$$y=1.5x-1$$

נשווה בין משוואות המשיקים:

$$\begin{cases}y=2\\ y=1.5x-1\end{cases}$$

$$1.5x-1=2$$
$$1.5x=3$$
$$x=2\quad\rightarrow\boxed{(2,2)}$$

תשובה: $(2,2)$ **.**

נתון כי $x, y > 0$ **כאשר** $x^2 \cdot y = 4$**, כלומר** $y = \frac{4}{x^2}$

הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *הסכום* $x+y$**. , כלומר** $\boxed{S = x + \frac{4}{x^2}}$ **.**

נרשום את הפונקציה בצורה הבאה: $S = x + \frac{4}{x} \cdot \frac{1}{x}$**.**

ונגזור על פי *נגזרת של מכפלה, כפי שרשומה בנוסחאון.*

$$[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$S' = 1 + (-\frac{4}{x^2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{4}{x} \cdot -\frac{1}{x^2})$$

$$S' = 1 - \frac{4}{x^3} - \frac{4}{x^3}$$

$$S' = \frac{x^3 - 4 - 4}{x^3}$$

$$\boxed{S' = \frac{x^3 - 8}{x^3}}$$

$$x^3 - 8 = 0$$

$$x^3 = 8$$

$$x = 2$$

$$\left.\begin{aligned} S'(1) &= \frac{1^3 - 8}{1^3} < 0 \\ S'(3) &= \frac{3^3 - 8}{3^3} > 0 \end{aligned}\right\} Min$$

ב- $x = 2$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום , כאשר** $y = \frac{4}{2^2} = 1$

תשובה: $y = 1$, $x = 2$**, עבורם הסכום** $x+y$ **הוא מינימלי.**