

## מדינת ישראל

### משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תשע"ז, 2017

מספר השאלון: 035581

נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל

תרגום לערבית (2)

## מתמטיקה

על פי תכנית הרפורמה ללמידה משמעותית

שאלון ראשון מ' 5 יחדות לימוד

### הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים.

פרק ראשון: אלגברה

והסתברות  $20 \times 2$  – 40 נק'

פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה

במישור  $20 \times 1$  – 20 נק'

פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי

ואינטגרלי  $20 \times 2$  – 40 נק'

סה"כ – 100 נק'

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש

במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום

במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון

או לפסילת הבחינה.

3. לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה

או בדפים שקיבלת מהמשיגים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום

לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

## דولة إسرائيل

### وزارة التربية والتعليم

نوع الامتحان: بچروت

מועד الامتحان: שנת 2017

رقم النموذج: 035581

ملحق: لوائح قوانين لـ 5 وحدات تعليمية

ترجمة إلى العربية (2)

## الرياضيات

حسب خطة الإصلاح: التعلّم ذي المعنى

النموذج الأول من 5 وحدات تعليمية

### تعليمات للممتحن

أ. مدة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنی النموذج وتوزيع الدرجات:

في هذا النموذج ثلاثة فصول.

الفصل الأول: الجبر

والاحتمال  $20 \times 2$  – 40 درجة

الفصل الثاني: الهندسة وحساب

المثلثات في المستوى  $20 \times 1$  – 20 درجة

الفصل الثالث: حساب التفاضل

والتكامل  $20 \times 2$  – 40 درجة

المجموع – 100 درجة

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانية. لا يُسمح استعمال إمكانيات

البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال

الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة

قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان.

2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصة:

1. لا تنسخ السؤال؛ اكتب رقمه فقط.

2. ابدأ كل سؤال في صفحة جديدة. اكتب

في الدفتر مراحل الحل، حتّى إذا أُجريت

حساباتك بواسطة حاسبة.

فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات،

بالتفصيل وبوضوح وبترتيب.

عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات

أو إلى إلغاء الامتحان.

3. لكتابة مسوّدة يجب استعمال دفتر الامتحان

أو الأوراق التي حصلت عليها من المراقبين.

استعمال مسوّدة أخرى قد يؤدي إلى إلغاء

الامتحان.

التعليمات في هذا النموذج مكتوبة بصيغة المذكر وموجهة للممتحنات وللممتحنين على حدّ سواء.

نتمنى لك النجاح!

## الأسئلة

انتبه! فسّر كل خطواتك، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.  
 عدم التفصيل قد يؤدي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

### الفصل الأول: الجبر والاحتمال (40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 1-3 (لكل سؤال – 20 درجة).

انتبه! إذا أجبْتَ عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترِكَ.

1. تدفق ماسورتان "أ" و "ب" ماءً إلى بركة بوتيرة ثابتة.  
 عندما تكون الماسورة "أ" مفتوحة فقط، تمتلئ البركة الفارغة تماماً خلال  $m$  ساعات.  
 عندما تكون الماسورة "ب" مفتوحة فقط، تمتلئ البركة الفارغة تماماً خلال  $2m$  ساعات.  
 عندما تكون الماسورتان مفتوحتين معاً، تمتلئ البركة الفارغة تماماً خلال أكثر من 4 ساعات.  
 في أحد الأيام كانت البركة فارغة. فتحوا الماسورة "أ" فقط، لمدة ساعتين.  
 بعد ذلك فتحوا الماسورة "ب" أيضاً، وكانت الماسورتان مفتوحتين في نفس الوقت لمدة ساعتين إضافيتين.  
 بعد انقضاء هاتين الساعتين الإضافيتين كان أكثر من  $\frac{1}{2}$  البركة مملوءاً بالماء.  
 أ. جد مجال القيم الممكنة لـ  $m$ .  
 ب. في يوم آخر كان  $\frac{1}{2}$  البركة مملوءاً بالماء. فتحوا الماسورتين، ولكن بسبب عطل تقنيّ الماسورة "ب" أفرغت ماءً من البركة بدلاً من ملئها بالماء. كانت الماسورتان مفتوحتين في نفس الوقت لمدة ساعة واحدة، وخلال هذه الساعة ملأت الماسورة "أ" ماءً في البركة والماسورة "ب" أفرغت ماءً منها.  
 بعد انقضاء هذه الساعة تمّ تصليح العطل، وبدأت الماسورتان بملء البركة معاً، إلى أن امتلأت تماماً بعد مرور ساعتين ونصف إضافيّة.  
 معطى أنّ الوتيرة التي تُفْرغ فيها الماسورة "ب" ماءً من البركة تساوي الوتيرة التي تملأ بها هذه الماسورة ماءً في البركة.

جد  $m$ .

2. معطاة متوالية  $a_n$  تحقق الدستور التراجعي:  $a_{n+1} = \frac{a_n}{4 \cdot a_n + 3}$  ،  $a_1 = -1$  .

نعرف متوالية جديدة  $b_n$  :  $b_n = \frac{1}{a_n} + 2$  .

أ. برهن أن المتوالية  $b_n$  هي متوالية هندسية.

ب. عبّر بدلالة  $n$  عن المجموع:  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$  .

ج. معطى أن:  $n$  هو عدد زوجي.

عبّر بدلالة  $n$  عن المجموع:  $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$  .

3. تشارك دالية في لعبة تصويب سهام باتجاه الهدف.

الاحتمال بأن تصيب دالية الهدف في محاولة وحيدة هو  $P$  ( $P > 0$ )، وهذا الاحتمال لا يتعلّق بمحاولاتها السابقة.

كلّ مشارك يصبّ 5 تصويبات متتالية.

الاحتمال بأن تصيب دالية الهدف بأربع تصويبات من الخمس هو 3 أضعاف احتمالها بأن تصيب الهدف بخمس التصويبات جميعها.

أ. جد  $P$  .

يفوز المشارك في اللعبة إذا كان عدد إصاباته الهدف أكبر من عدد إخطائه الهدف، من بين 5 التصويبات المتتالية ( يمكن أن يكون أكثر من فائز واحد في اللعبة ).

ب. ما هو الاحتمال بأن تفوز دالية في اللعبة؟

ج. (1) إذا أخطأت دالية الهدف في التصوية الثانية، ما هو الاحتمال بأن تفوز في اللعبة؟

(2) تشارك كريمة في اللعبة أيضاً، والاحتمال بأن تصيب الهدف في محاولة وحيدة

يساوي  $P$  أيضاً، ولا يتعلّق بمحاولاتها السابقة. أخطأت كريمة الهدف في التصوية

الأولى. ما هو الاحتمال بأن تفوز في اللعبة؟

**الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلثات في المستوى (20 درجة)**

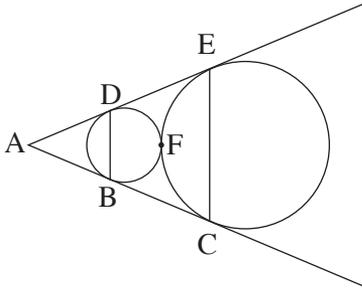
أجب عن أحد السؤالين 4-5.

انتبه! إذا أجبت عن أكثر من سؤال واحد، تُفحص فقط الإجابة الأولى التي في دفترك.

4. معطاة دائرتان نصفاً قطريهما غير متساويين،

وتمسّان بعضهما البعض من الخارج في

النقطة F.



AC يمسّ الدائرتين في النقطتين B و C،

AE يمسّ الدائرتين في النقطتين D و E،

كما هو موصوف في الرسم.

أ. برهن أنّ الشكل الرباعي BDEC هو

شبه منحرف متساوي الساقين.

ب. المماسّ المشترك للدائرتين، الذي يمرّ في النقطة F، يقطع ساقّي شبه المنحرف،

BC و DE، في النقطتين G و H بالتلاؤم.

برهن أنّ: GH هو قاعدة وسطى في شبه المنحرف.

ج. نرمزب R إلى نصف قطر الدائرة الكبيرة و r إلى نصف قطر الدائرة الصغيرة.

برهن أنّ:  $R \cdot BD = r \cdot CE$ .

5. معطى شبه المنحرف ABCD ( $BC \parallel AD$ )

المحصور في نصف دائرة مركزها O ونصف قطرها R

بحيث يكون AD قطر نصف الدائرة.

امتدادا الساقين AB و DC يلتقيان خارج الدائرة

في النقطة E (انظر الرسم).

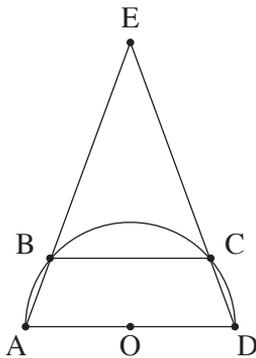
معطى أنّ:  $\angle EAD = \alpha$ .

أ. عبّر بدلالة R و  $\alpha$  عن طول القطعة BC.

ب. ما هو مجال جميع القيم الممكنة بالنسبة للزاوية  $\alpha$ ؟ علّل.

ج. معطى أنّ مساحة المثلث AED هي 9 أضعاف مساحة المثلث COD.

ما هي النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلث AED وبين R؟



## الفصل الثالث : حساب التفاضل والتكامل للبولينومات

### وللدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلثيّة

(40 درجة)

أجب عن اثنين من الأسئلة 6-8 ( لكل سؤال – 20 درجة ).

انتبه! إذا أجبّت عن أكثر من سؤالين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفترك.

6. معطاة الدالة  $f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}$ .

a و b هما پارامتران.

معطى أنّ:  $x=1$  ،  $y=1$  هما خطّا تقارب للدالة.

أ. جد a و b .

ب. (1) جد مجال تعريف الدالة.

(2) جد نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالة مع المحورين (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

(3) هل توجد للدالة خطوط تقارب إضافية معامدة للمحورين

(باستثناء  $x=1$  و  $y=1$ )؟ فسّر.

(4) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

ج. ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة.

د. بالنسبة لأيّة قيم x يتحقّق:  $|f(x)| = -f(x)$  ؟ علّل.

هـ. نعرّف  $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$ .

بيّن أنّ المساحة المحصورة بين المحور x والرسم البيانيّ للدالة  $g(x)$

والمستقيم  $x = 0.5$  هي  $\frac{1}{3}$ . علّل إجابتك.

7. معطاة الدالة:  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ ،  $a$  هو پارامتر.

أجب عن البنود "أ" و"ب" بالنسبة لـ  $a > 0$ . عبّر عن إجاباتك بدلالة  $a$  إذا دعت الحاجة.  
أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد خطوط تقارب الدالة، المعامدة للمحورين.

ج. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

د. ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة  $f(x)$ .

هـ. (1) اكتب خطوط التقارب المعامدة للمحورين للرسم البياني لدالة المشتقة  $f'(x)$ .

(2) ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للمشتقة  $f'(x)$ .

و. جد قيمة التعبير:  $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$ .

أجب عن البند "ز" بالنسبة لـ  $a = 0$ .

ز. (1) جد مجال تعريف الدالة  $f(x)$ .

(2) ارسم رسماً بيانياً تقريبياً للدالة  $f(x)$ .

8. معطى قطاع دائرة BAC الذي هو عبارة عن  $\frac{1}{6}$  دائرة نصف قطرها R ومركزها A.

من نقطة ما P، تقع على القوس BC،

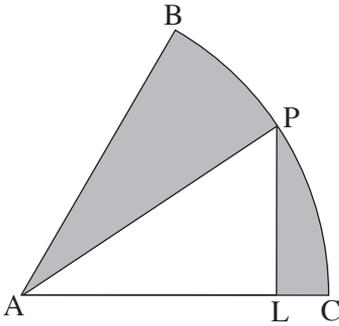
أنزلوا عموداً على AC يقطع نصف القطر AC

في النقطة L (انظر الرسم).

المساحة الرمادية في الرسم هي المساحة المحصورة

بين القوس BC ونصفي القطر AP و AB

والقطعتين LP و LC.



معطى أن أصغر قيمة ممكنة للمساحة الرمادية هي  $36 - 24\pi$ .

أ. (1) جد الزاوية PAC التي بالنسبة لها تكون المساحة الرمادية المتكوّنة

هي أصغر ما يمكن.

(2) جد R.

ب. ما هي أكبر مساحة ممكنة للمثلث APL؟ علّل.

## בהצלחה!

### נשמתי לך הניצח!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

חقوق الطبع محفوظة לדولة إسرائيل.

النسخ أو النشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التربية والتعليم.